

라운활용학교

실리콘 검출기의 원리와 응용 I

권민정

인하대학교

December 28, 2020

목차

- 오늘은 원리
- 내일은 응용

들어가며: Detectors based on ionization

Gas detectors

- ◉ Wire chambers
- ◉ Drift chambers
- ◉ Time projection chambers
- ◉ ..

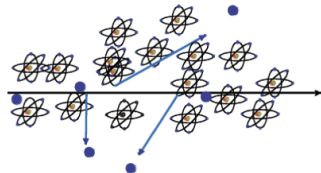
Solid state detectors

- ◉ Si detectors
- ◉ Diamond detectors
- ◉ ..

Gas detector vs. Solid state detector

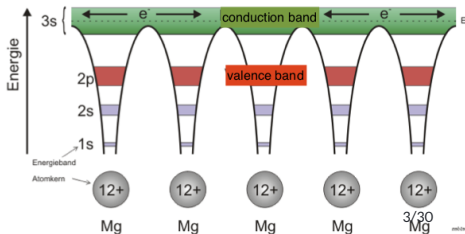
Gas detectors

- ⦿ 하전입자가 가스 검출기를 지나가면, 자유로이 움직이는 가스 원자를 이온화 한다
→ 전자와 이온 생성.
- ⦿ 전기장을 걸어주면, 전자와 이온이 움직이며 유도신호를 만든다.
- ⦿ 가스 원자들의 경우, 전자 에너지준위는 양자화되어있다.



Solid state detectors

- ⦿ 고체의 경우, 전자 에너지준위는 "에너지대"로 되어있다.
- ⦿ 하전입자가 고체 검출기를 지나가면, 경우에 따라 전도대에 전자 (혹은 가전도대에 정공)을 만들 수 있다. → 전자와 hole 생성.
- ⦿ 전도대에 있는 전자나 가전자대에 있는 hole은 전기장을 걸어주면 움직인다.



Why solid state detector?

Primary ionization

electron/hole pair 만들기 위한 평균에너지
~ a few eV

Diamond (13eV), Si (3.6eV), Ge (2.9eV)

비교) Gas ionization: (30 eV) for a single ion

Scintillators : (100 eV) depending on
light yield

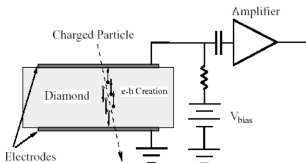
Solid State vs. Gas Detector

⊙ 가스 검출기와 비교하면, 밀도는 약 1000 배 정도 크고, electron/hole pair 생성에 필요한 에너지는 Si의 경우 Argon 가스보다 약 7배 적다.

따라서, 생성되는 primary charges의 수는 약 10^4 배 정도 많다 → 고체검출기는 charge amplification이 필요없다!

⊙ 가스 검출기내 전자와 이온의 속도는 약 1000배 정도 다른 반면, 반도체검출기내 전자와 hole의 속도는 거의 비슷하다 → 빠른 신호 생성!

⊙ 밀도가 높아 얇은 검출기를 만드는 것이 가능하다!

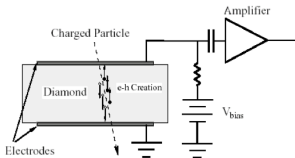


Diamond → A solid state ionization chamber

다이아몬드로 검출기를 만들자

Typical thickness - a few $100\mu\text{m}$

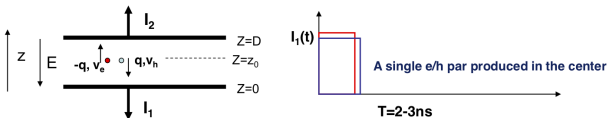
<1000 charge carries/ cm^3 at room temperature due to large band gap



Velocity:

$$\mu_e = 1800\text{cm}^2/\text{Vs}, \mu_h = 1600\text{cm}^2/\text{Vs}$$

Velocity = μE , $10\text{kV}/\text{cm} \rightarrow v = 180\mu\text{m}/\text{ns} \rightarrow$ Very fast signals of only a few ns length!

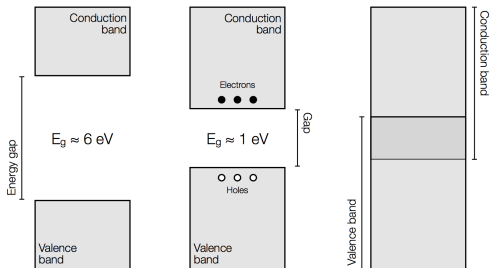


자, 이제 모든 검출기를 다이아몬드로 만들자! : -(
다른 반도체 물질을 찾아보자 : -)

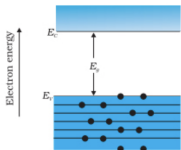
돌아보며: 에너지대와 도체, 반도체, 절연체

에너지대의 정의와 구조:

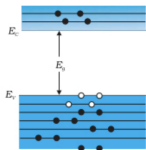
- 에너지대 (Energy band): 원자가 모여 고체나 액체를 이루면 전자의 에너지 준위는 주변 원자의 영향을 받아 연속적인 분포를 갖는다. 이를 에너지대라 정의한다.
- 가전자대 (Valence band): 전자가 가득 차 있는 에너지대
- 전도대 (Conduction band): 전자가 속박에서 벗어나 자유롭게 이동할 수 있는 에너지대
- 금지대 (Forbidden band): 가전자대와 전도대 사이의 에너지대로 양자역학적 이유로 전자가 존재할 수 없다.
- 에너지 갭 (energy gap): 금지대의 에너지 폭. 갭의 크기에 따라 도체, 반도체, 절연체 ($E_g > 5\text{eV}$)로 나눈다. (반도체의 경우 Si: 1.12 eV , Ge: 0.66 eV , GaAs: 1.43 eV)



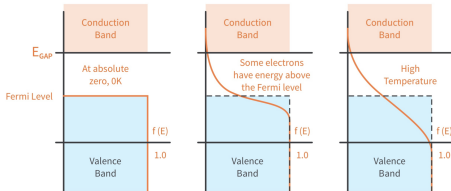
실리콘과 같은 반도체를 상온에 두면



An intrinsic semiconductor at $T = 0$ K behaves like insulator.



At $T > 0$ K, four thermally generated electron-hole pairs. The filled circles (•) represent electrons and empty fields (○) represent holes.



(note) 페르미 준위: 최외각 전자로 채울 수 있는 가장 높은 에너지 준위. $T \neq 0$ 이면, 전자가 채울 확률이 $\frac{1}{2}$ 인 에너지.

$E_F \sim$ several eV, soft zone (when $T > 0$) ~ 100 meV at 300 K

- Density of states of electrons in a band (Fermi gas model) $g(E) = \frac{(2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E}$
- Electron density: $n = \frac{1}{V} \int_0^{E_{max}} g(E)f(E)dE$

전자 에너지 분포는 Fermi-Dirac 분포를 따른다. $f(E) = \frac{1}{1 + \exp((E - E_F)/kT)}$

상온, 고온에서는 상당히 많은 양의 전자들이 전도대로 이동할 수 있고, 전류를 흐르게 한다.

상온에서 전하운반자 밀도

상온에서 *excitation*과 *recombination* 하며 열적 평형상태에 도달한다. 이때 (앞의 식을 이용해) 전하운반자 밀도를 구해보자!

Intrinsic carrier concentration:

$$n_e = n_h = n_i = \sqrt{N_C N_V} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right) \propto T^{3/2} \cdot \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$

N_C : effective density of electrons at edge of conduction band

N_V : effective density of holes at edge of valence band

Ultrapure silicon의 경우, $n_i \sim 1.45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$

$10^{22} \text{ atoms/cm}^3$ 이라 하면, 10^{12} silicon atoms 중에 하나는 이온화되어있다!

뭔가... *intrinsic charge carrier*가 많아보이는데... 입자가 지나가서 생기는 signal보다 백그라운드 *intrinsic carrier signal*이 많을 듯. 정말 그런가?

Intrinsic silicon detector에서의 S/N

실리콘에 입자가 지나갔을 때 생기는 *signal*과 *background*를 계산해보자.

Mean ionization energy $I_0 = 3.62$ eV,

$dE/dx = 3.87$ MeV/cm,

$n_i \sim 1.45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ at $T = 300$ K (Ge는 대략 $1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm}^{-3}$)

⊙ 두께 $d = 300 \mu\text{m}$, 면적 $A = 1 \text{ cm}^2$ 의 검출기에 MIP 입자가 지나간다면,

$$\frac{dE/dx \cdot d}{I_0} = \frac{3.87 \cdot 10^6 \text{ eV/cm} \cdot 0.03 \text{ cm}}{3.62 \text{ eV}} \approx 3.2 \cdot 10^4 e^- h^+ \text{ pairs}$$

⊙ 같은 검출기 부피 내의 intrinsic charge carrier ($T=300$ K),

$$n_i dA = 1.45 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3} \cdot 0.03 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm}^2 \approx 4.35 \cdot 10^8 e^- h^+ \text{ pairs}$$

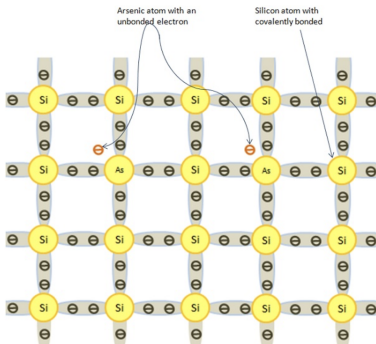
Thermal $e^- h^+$ 쌍의 수가 MIP 입자 *signal* 보다 만배정도나 더 많다!

⇒ 실리콘을 이용해 검출기를 만들려면 "depletion zone in reverse biased pn junctions"이 필요하다. Doping이 필요하다.

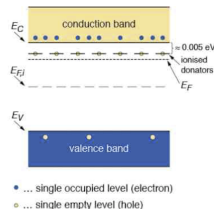
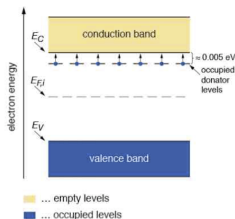
Doping (좋은 불순물)

n-doping in Si: n-type

Group 5 (15족) 원소(e.g. P, As, Sb)로 Si를 도핑하면, 전자 한 개는 느슨히 속박되어 있다.
잉여전자를 제공하는 물질을 **도너(Donor)**라 한다.



에너지 준위 변화: → conduction band 바로 아래
상온에서 대부분 conduction band로 여기된다.

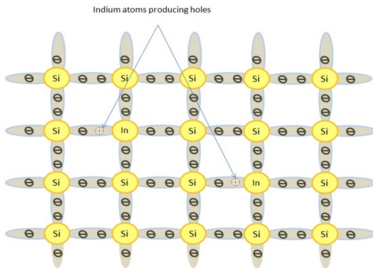


Fermi level E_F moves up.

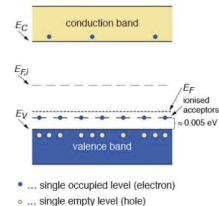
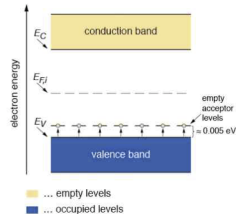
Doping

p-doping in Si: p-type

Group 3 (13족) 원소(e.g. B, Al, Ga, In)로 Si를 도핑하면, 정공이 하나 생긴다. → attract electrons from the neighbor atoms
잉여정공을 제공하는 물질을 **억셉터 (Acceptor)**라 한다.



에너지 준위 변화: → valence band 바로 위 상온에서 대부분 valence band의 전자로 채워진다.



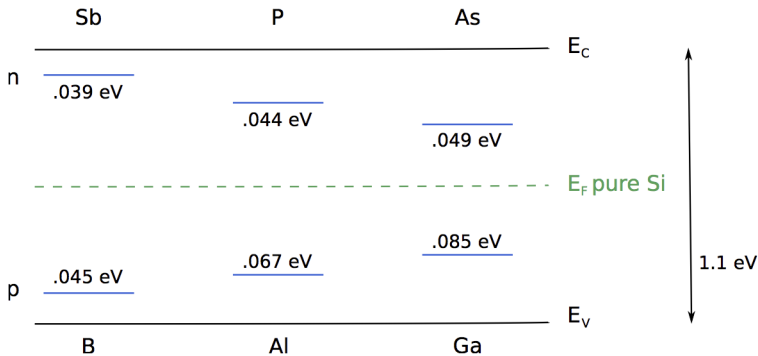
Fermi level E_F moves down.

Intrinsic and extrinsic 반도체

억셉터와 도너에 의한 에너지 준위 (Si 경우)

Group 5: P, As, Sb

Group 3: B, Al, Ga, In



Typical concentrations:

Dopants: $> 10^{13} \text{ atoms/cm}^3$ (compared to Si-density: $10^{22} \text{ atoms/cm}^3$)

The p-n junction

Creating a p-n junction: n-type과 p-type 반도체 접합

Density gradients exist in the majority carrier concentrations at each edge of the space charge region. → A density gradient produce a "diffusion force".

E-field $\leftrightarrow$ (counter acting) diffusion force

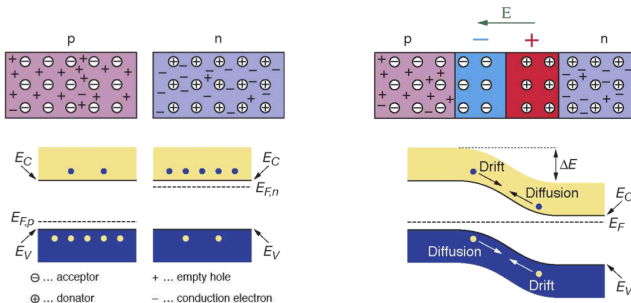
In thermal equilibrium, the diffusion force and the E-field force exactly balance each other.

→ Fermi-energies of both systems become equal.

E-field counteracting the diffusion can be characterized by the built-in voltage V_D

(diffusion/contact potential), $\Delta E = eV_D$

이렇게 charge carriers가 없고 space charge만 있는 공핍층(depletion zone)이 형성된다.



The p-n junction

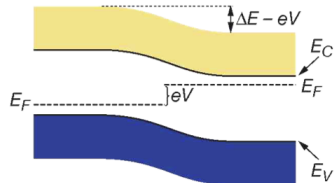
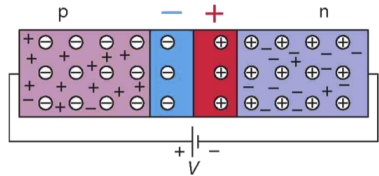
Forward bias

외부에서 p-type 쪽에 +, n-type 쪽에 - 전압을 인가하면, e와 h가 각각 채워진다. $\Rightarrow$ 공핍층이 얇아진다.

Potential barrier becomes smaller by $eV \Rightarrow$ diffusion across the junction becomes easier

Current across the junction increase significantly.

p-n junction with forward bias



The p-n junction

Reverse bias

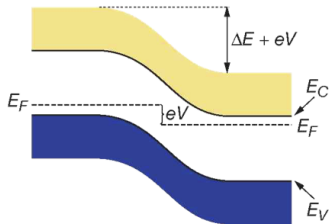
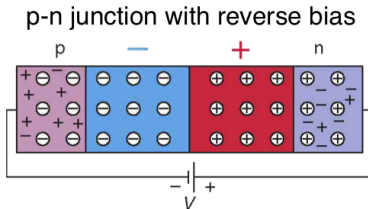
외부에서 p-type 쪽에 -, n-type 쪽에 + 전압을 인가하면, e와 h가 각각 공핍층 밖으로 밀린다. ⇒ 공핍층이 두꺼워진다.

Potential barrier becomes higher by eV ⇒ diffusion across the junction is suppressed

Current across the junction is very small "leakage current".

공핍층 두께가 작으면, 축전용량이 커진다 ($C = \epsilon \frac{A}{d}$). ⇒ 출력신호 background 신호크기도 커진다. ∴ (

이렇게 공핍층을 크게 만들어 검출기를 만들면 되겠구나!



The p-n junction

공핍층의 두께를 구해보자.

공핍층 두께, 전기장, potential 등은 poisson equation을 풀어 계산할 수 있다.

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon}$$

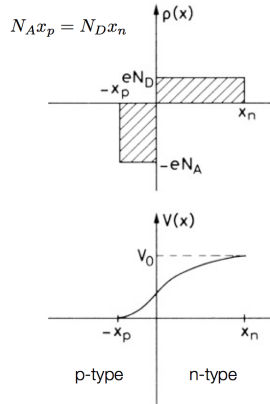
overall region, space-charge neutral

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & x > x_n \\ eN_D & 0 < x < x_n \\ -eN_A & -x_p < x < 0 \\ 0 & x < -x_p \end{cases}$$

$$\frac{dV}{dx} = \begin{cases} -eN_D/\epsilon \cdot x + C_n & 0 < x < x_n \\ eN_A/\epsilon \cdot x + C_p & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -eN_D/\epsilon \cdot (x - x_n) & 0 < x < x_n \\ eN_A/\epsilon \cdot (x + x_p) & -x_p < x < 0 \end{cases}$$

as electric field $E = -dV/dx$ must vanish for $x = x_n$ and $x = -x_p$



Model for calculating depletion zone

The p-n junction

이걸 풀면

Depletion depth:

$$d = x_n + x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0 (N_A + N_D)}{e N_A N_D}}$$

$$\text{with } x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e N_D (1 + \frac{N_D}{N_A})}}, x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e N_A (1 + \frac{N_A}{N_D})}}$$

e.g. $eV_0 \cong E_{gap} \cong 1\text{eV}$, $N_D \cong N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$
 $\rightarrow x_n \cong x_p \cong 1\mu\text{m}$, $E \cong 10^6\text{V/m}$

Remark: If one side more heavily doped, depletion zone will extend to lighter doped side; e.g. $N_A \gg N_D$, $x_n \gg x_p$

if e.g. $N_A \gg N_D$ (choose asymmetric doping).

e.g. $N_D = 10^{12}/\text{cm}^3$ and $N_A = 10^{16}/\text{cm}^3 \rightarrow$
 $x_n \gg x_p$

$$d \sim x_n \sim \sqrt{\frac{2\epsilon V_0}{e N_D}} \sim \sqrt{2\epsilon \rho_n \mu_e V_0}$$

using conductivity $\sigma = 1/\rho = e(n\mu_e + p\mu_h)$,
with $n = N_D$ and mobility $\mu = v/E$.

Depletion depth determined by mobility of charge carriers.

Typical values:

Silicon: $0.53(\rho_n V_0)^{0.5} \mu\text{m} (n\text{-type})$;

$0.32(\rho_p V_0)^{0.5} \mu\text{m} (p\text{-type})$

Germanium: $1.00(\rho_n V_0)^{0.5} \mu\text{m} (n\text{-type})$;

$0.65(\rho_p V_0)^{0.5} \mu\text{m} (p\text{-type})$

Typical $\rho \approx 20000\Omega\text{cm}$ and $V_0 = 1\text{V} \rightarrow d = 75\mu\text{m}$

The p-n junction

Width of the depletion zone with reverse bias

예를들어, p^+ -n junction 공핍층의 두께가 Reverse bias를 걸어주면 어떻게 바뀌는지 살펴보자.

doping concentration:

$$N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3} \text{ in } p^+ \text{ region}$$

$$N_D = 10^{12} \text{ cm}^{-3} \text{ in n bulk}$$

Without external voltage:

$$x_p = 0.02 \mu\text{m}$$

$$x_n = 23 \mu\text{m}$$

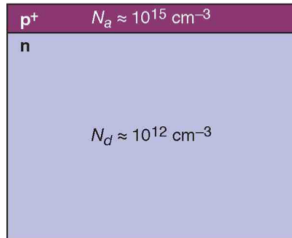
Applying a reverse bias voltage of 100 V:

$$x_p = 0.4 \mu\text{m}$$

$$x_n = 363 \mu\text{m}$$

Width of depletion zone in n bulk:

$$d \approx \sqrt{2\epsilon\mu\rho|V|} \text{ with } \rho = \frac{1}{e\mu N}$$



p+n junction

V: external voltage

ρ : specific resistivity

μ : mobility of majority charge carriers

N: doping concentration

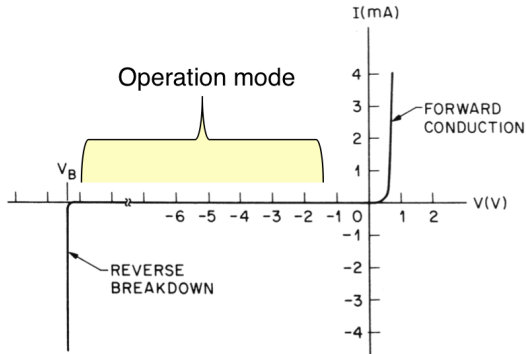
The p-n junction

Current-voltage characteristics

- p-n junction의 전형적인 current-voltage 관계
- exponential current increase in forward bias
- small saturation current in reverse bias

ideal diode equation

$$I = I_0 \cdot \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] \quad I_0: \text{reverse saturation current}$$



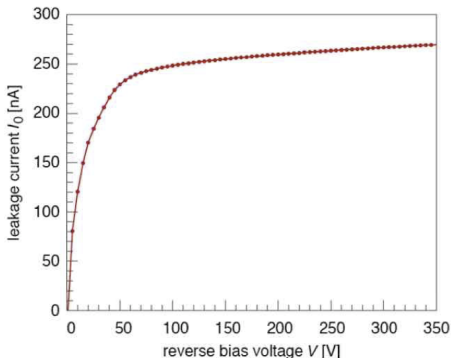
검출기 특성

Leakage current

실리콘 검출기는 reverse bias를 인가해 제작하므로, leakage current가 우리의 관심사다.

Thermally 생성된 e^-h^+ 쌍이 전기장을 따라 움직이며 leakage current를 발생시킨다.

검출기 출력신호에 대한 배경신호가 된다! ⇒ 측정 가능한 최소 신호 크기의 한계를 정해준다.

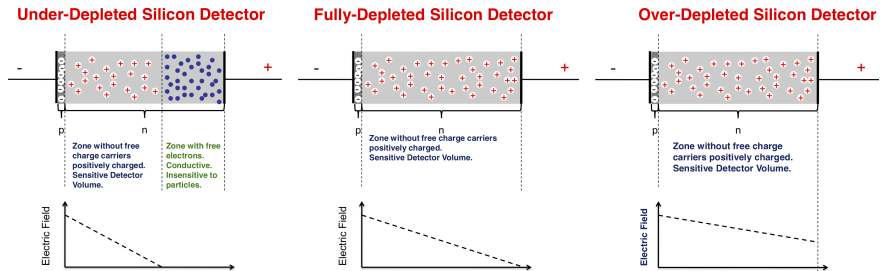


검출기 특성

Depletion voltage

Depletion voltage: 센서 전체가 fully depleted되는 전압

Operating voltage: 일반적으로 depletion voltage 보다 약간 높게 가함



다이아몬드 검출기와 전기장 분포를 비교해보면, 다이아몬드 bulk에 전압을 인가해 만든 검출기는 bulk가 중성이므로 전기장은 상수이다.

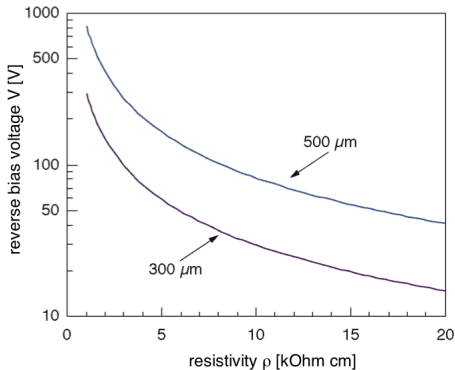
하지만 p-n junction Si 검출기는 공핢층에 space charge가 있기 때문에 전기장이 상수가 아니다.

즉, 속도가 상수가 아니다. (Velocity = μE)

검출기 특성

Depletion voltage

비저항이 높은 물질(i.e. low doping)일수록 depletion voltage가 낮다. ($d \approx \sqrt{2\epsilon\mu\rho|V|}$)



검출기 특성

Capacitance of a detector

For a typical Si p-n junction ($N_a \gg N_d \gg n_i$)

축전용량은 $C = \epsilon \frac{A}{d}$ 이므로, 앞에서 구한 d 값을 대입하면,

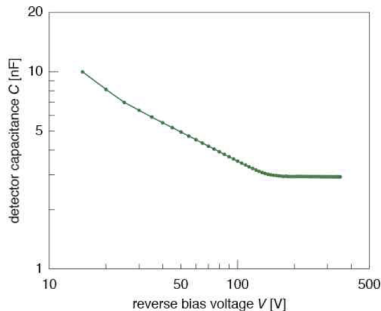
$$C = \sqrt{\frac{\epsilon}{2\mu\rho|V|}} \cdot A$$

V : external voltage

ρ : specific resistivity

μ : mobility of majority charge carriers

A : detector surface

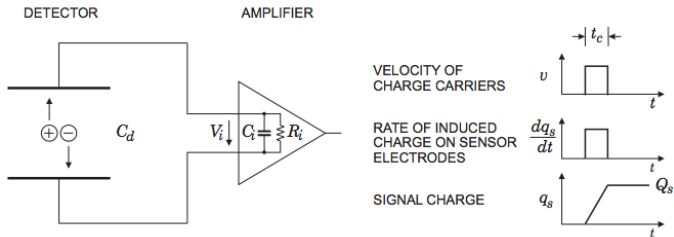


Ex) Measured detector capacitance as a function of the bias voltage (CMS strip detector)

검출기 신호 생성

Signal generation

검출기 내에서 움직이는 전하는 외부 회로에 유도신호를 만든다.
전하가 움직이기 시작하자마자 유도신호 생성!



검출기 신호 생성

Signal generation: 공핍층에 생긴 한쌍의 e, h 에 의한 유도전하량을 계산해보자.

electron에 대해 계산해보면,

Electric field:

$$E = -\frac{eN_A}{\epsilon} \cdot x$$

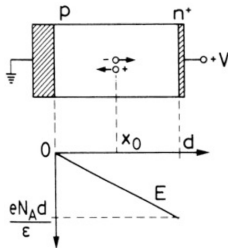
전기장은 x 에 의존하는 양이다.

For an electron at location x within the depletion zone:

$$v = \frac{dx}{dt} = -\mu_e E = \frac{\mu_e}{\mu_h} \frac{x}{\tau} \quad \text{with} \quad \tau = \epsilon/\sigma$$

$$dQ = \frac{q}{d} dx$$

$$Q_e(t) = -\frac{e}{d} \int_0^t \frac{dx}{dt} dt = \frac{e}{d} x_0 \left(1 - \exp\left(-\frac{\mu_e t}{\mu_h \tau}\right)\right)$$



검출기 신호 생성

Signal generation: 공핍층에 생긴 한쌍의 e,h에 의한 유도전하량을 계산해보자

hole에 대해서도 계산해보면

$$Q_h(t) = -\frac{e}{d}x_0(1 - \exp(-\frac{t}{\tau}))$$

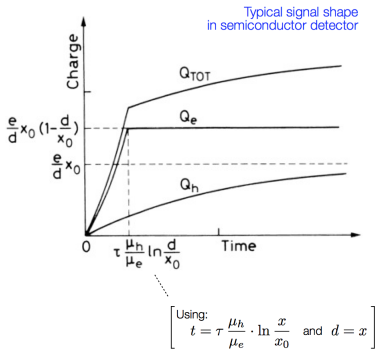
electron과 hole에 의한 유도 전하량을 합하면,

$$Q_{tot}(t) = Q_e(t) + Q_h(t)$$

$$Q_{tot} = Q_e(t_d) + Q_h(t \rightarrow +\infty)$$

$$= \frac{e}{d}x_0(1 - \frac{d}{x_0}) - \frac{e}{d}x_0 = -e$$

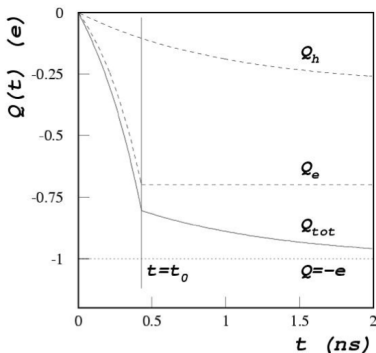
charge induced by electron and hole as a function of time (y축 부호 바뀌어 그림):



검출기 신호 생성

Signal generation

전형적인 실리콘 (300 K에서 $\mu_e = 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\mu_h = 480 \text{ cm}^2/\text{Vs}$, $\tau = 1 \text{ ns}$)에 대한 충전하량의 시간변화.
 $x_0/d = 0.30$ 이라 가정.



Signal rise time essentially determined by

$$\tau = \epsilon / \sigma$$

i.e. typically in the order of nanoseconds.

Typical: $1/\sigma = \rho = 10000 \Omega \text{ cm}$;

$$\epsilon \approx 10^{-12} \text{ s} / \Omega \text{ cm}$$

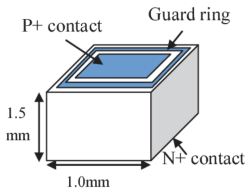
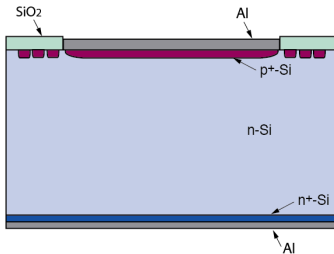
Further complications:

- Consider particle trajectory [here only for one electron-hole pair]
- Tracks not exact line charge [distributed over typically 50 - 100 μm width]
- μ_e and μ_h not independent of E-field [i.e. need to introduce $\mu(x)$]

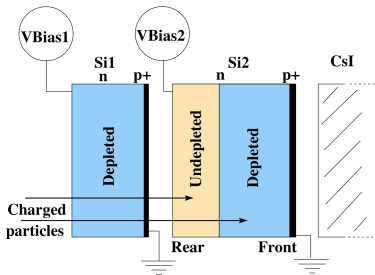
실리콘 검출기 구조

가장 간단한 실리콘 검출기

A large surface diode with guard ring



◎ 사용 예 (FAZIA 실험)

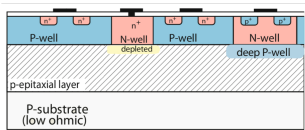


우리가 다뤄왔던 심플한 p-n junction 형태!

실리콘 검출기 구조

점점 더 복잡하게... (내일 살펴봐요!)

electronics **outside** charge collection diode



charge collection by diffusion

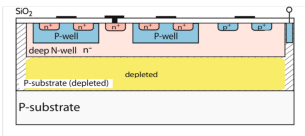
Standard-MAPS

Application: ALICE (2019/20)

STAR



electronics **inside** charge collection diode



charge collection by drift

HV-MAPS

design proposed by Ivan Perić¹

Application: $\mu 3e(\text{Mu3e})$ -experiment

ATLAS HL-LHC(?)



Take home message

- 실리콘 검출기를 왜 사용하는지 '느껴졌'으면 편한 맘으로 집으로 가자.
- 어떤 원리를 이용해 만들고, 신호는 어떻게 만들어지는지 '느껴졌'으면 편한 맘으로 집으로 가자.
- ..